

具有乘性噪声和丢包传感器网络系统的加权观测融合估计

丁健, 逢崇雁, 孙书利

黑龙江大学, 哈尔滨 150080

摘要: 研究了具有丢包和乘性噪声的复杂多传感器网络系统的加权观测融合估计问题。不同传感器的观测丢失采用一组具有已知概率的 Bernoulli 分布的随机变量描述。通过将乘性噪声转化为加性噪声, 应用矩阵满秩分解和加权最小二乘原理, 给出了加权观测融合估值器。该加权观测融合估值器具有与集中式融合估值器相同的精度, 即具有全局最优性。分析了算法的稳态特性, 给出了稳态存在的一个充分条件。仿真研究验证了算法的有效性。

关键词: 多传感器; 观测丢失; 乘性噪声; 加权观测融合; 满秩分解

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Weighted Measurement Fusion Estimation for Sensor Networked Systems with Multiplicative Noises and Droppings

Ding Jian, Pang Chongyan, Sun Shuli

Heilongjiang University, Harbin 150080

Abstract: This paper is concerned with the weighted measurement fusion estimation problem for a complicated multi-sensor networked system with the multiplicative noises and droppings. The data dropping phenomena of different sensors are described by a group of Bernoulli distributed random variables with the known probability distributions. By transforming the multiplicative noises into the additive noises, using full-rank decomposition of matrix and weighted least-square theory, the weighted measurement fusion estimators are presented. The proposed fusion estimators have the same accuracy with the centralized fusion estimator, i.e., they are global optimal. The steady-state property is analyzed and a sufficient condition for the existence of the steady state is given. A simulation example verifies the effectiveness of the proposed algorithms.

Key words: multi-sensor; dropping; multiplicative noise; weighted measurement fusion; full-rank decomposition

引言

在近年兴起和迅速发展的网络控制系统中, 由于通信网络拥堵和传输通道中的外界干扰, 数据在传输的过程中会经常出现数据丢失(即丢包)的现象, 因此带有丢包的网络控制系统的研究引起了许多学者的关注[1-3]。带丢包网络系统的研究最早始于 Nahi[4]和 Hadidi[5]。采用不同的方法, 文献[4-11]分别研究了带有丢包网络系统的估值器设计问题。对于线性离散随机系统, 文献[4]研究了线性最小方差滤波器; 文献[6]研究了带间歇观测的 Kalman 滤波器; 文献[7]基于贝叶斯法则, 给出了递推贝叶斯滤波器; 文献[8]利用观测器的协方差信息, 不用对信号建立状态空间模型, 设计了递推最小二乘估值器。对于非线性离散随机系统, 文献[9]利用简单的补偿, 应用线性矩阵不等式理论设计了 滤波器;

文献[10-11]应用线性矩阵不等式设计了鲁棒 滤波器, 并给出了滤波误差指数均方稳定的充分条件。除了观测丢失造成的不确定性, 系统还会受到乘性噪声的干扰。文献[12]对状态和观测同时带有乘性噪声的线性离散系统给出最优滤波算法。文献[13]研究了鲁棒滤波问题。

由以上文献分析可知, 对于具有观测丢失或者乘性噪声系统的研究均有很多成果, 但是以上文献都是针对单传感器系统进行的, 而随着科技的发展, 对系统精度的要求越来越高, 单传感器已经无法满足要求, 多传感器信息融合技术引起众多学者的关注。目前, 融合技术主要分为观测融合和状态融合, 其中观测融合常采用的方法有集中式观测融合算法[14]和加权观测融合算法[15]。加权观测融合方法基于WLS法对局部观测方程进行加权, 应用

Kalman 滤波方法可得到与集中式融合相同的全局最优估计,同集中式融合相比,具有更低维数,可显著减小在线计算负担。文献[16]基于满秩分解和加权最小二乘理论,解决了增广的观测矩阵列满秩的要求,提出了加权观测融合滤波算法,但没有考虑观测丢失、乘性噪声和通道传输噪声的影响。文献[17]研究了带有状态乘性噪声和观测丢失的多传感器系统的加权观测融合,但没有考虑到观测乘性噪声和通道传输噪声。因此,本文在文献[17]的基础上,研究具有观测丢失,状态和观测乘性噪声以及通道传输噪声的复杂多传感器网络系统的加权观测融合估计问题,其中,不同的传感器具有不同的丢失概率。首先,通过将乘性噪声转化为加性噪声,利用矩阵满秩分解及加权最小二乘原理,将增广后的观测压缩成具有较低维数的观测,提出了加权观测融合估值器,包括滤波器、预报器和平滑器。证明了加权观测融合估值器具有与集中式融合估值器相同的精度,即具有全局最优性。分析了加权观测融合估计算法的稳态特性,给出了稳态存在的一个充分条件。

1 问题阐述

考虑具有观测丢失和通道传输噪声,且状态和观测带有乘性噪声不确定性的复杂多传感器网络系统:

$$x(t+1) = (A + \sum_{k=1}^{n_\alpha} \alpha_k(t) A_k) x(t) + \Gamma w(t) \quad (1)$$

$$z^{(i)}(t) = (H^{(i)} + \sum_{l=1}^{n_{\beta^{(i)}}} \beta_l^{(i)}(t) H_l^{(i)}) x(t) + v^{(i)}(t), i=1,2,\dots,L \quad (2)$$

$$y^{(i)}(t) = \gamma^{(i)}(t) z^{(i)}(t) + \xi^{(i)}(t) \quad (3)$$

其中, $x(t) \in R^n$ 是系统状态, $z^{(i)}(t) \in R^{m^{(i)}}$ 是第 i 个传感器的观测输出, $y_i(t) \in R^{m^i}$ 是估值器接收到的观测数据, $A, A_k, \Gamma, H^{(i)}$ 和 $H_l^{(i)}$ 是适当维数的常矩阵, $w(t) \in R^r$ 和 $v^{(i)}(t) \in R^{m^{(i)}}$ 分别是过程噪声和观测噪声, $\alpha_k(t) \in R$ (其中 $k=1, 2, \dots, n_\alpha$) 和 $\beta_l^{(i)}(t) \in R$ (其中 $l=1, 2, \dots, n_{\beta^{(i)}}$) 分别是状态乘性噪声和观测乘性噪声, 均值都为零、方差分别为 Q_{α_k} 和 $Q_{\beta_l^{(i)}}$ 。 $\xi^{(i)}(t)$ 是数据传输过程中存在的均值为零、方差为 $Q_{\xi^{(i)}}$ 的通道白噪声, 以上噪声互不相关。

$\gamma^{(i)}(t)$ 是满足 Bernoulli 分布且不相关于其他变量的 Bernoulli 分布的随机变量, 概率分布满足 $\text{Prob}\{\gamma^{(i)}(t)=1\} = \pi^{(i)}, \text{Prob}\{\gamma^{(i)}(t)=0\} = 1-\pi^{(i)}$, 其中, $0 \leq \pi^{(i)} \leq 1$, 且与其他随机变量不相关, $\gamma^{(i)}(t)=1$ 表示估值器接收到观测数据, 即观测数据没有丢

失; $\gamma^{(i)}(t)=0$ 表示估值器没有接收到观测数据, 即观测数据丢失。上标 i 代表第 i 个传感器, L 代表传感器个数。

假设 1. $w(t)$ 和 $v^{(i)}(t)$ 是零均值不相关白噪声, 满足如下关系:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} w(t) \\ v^{(i)}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w^T(k) & v^{(j)T}(k) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q_w & 0 \\ 0 & Q_{v^{(i)}} \end{bmatrix} \delta_{ik} \quad (4)$$

其中, $\delta_{ii}=1, \delta_{ik}=0(t \neq k), Q_{v^{(i)}}(t) = Q_{v^{(i)}}(t) > 0$, E 为均值, T 为转置, δ_{ik} 是 Kronecker delta 函数。

假设 2. 初始状态 $x(0)$ 不相关于 $w(t)$ 和 $v^{(i)}(t)$, 且满足:

$$E\{x(0)\} = \mu_0, \quad E\{[x(0)-\mu_0][x(0)-\mu_0]^T\} = P_0 \quad (5)$$

问题是: 基于观测 $(y^{(i)}(t), y^{(i)}(t-1), \dots, y^{(i)}(1))$, $i=1, 2, \dots, L$, 对多传感器系统(1)-(3)求加权观测融合估值器 $\hat{x}^{(w)}(t+N|t)$, 其中, $N=0$ 是滤波器, $N>0$ 是预报器, $N<0$ 是平滑器。

2 加权观测融合估值器

首先, 将系统(1)-(3)等价转换为如下形式:

$$x(t+1) = Ax(t) + W(t) \quad (6)$$

$$y^{(i)}(t) = \pi^{(i)} H^{(i)} x(t) + V^{(i)}(t) \quad (7)$$

其中,

$$W(t) = \sum_{k=1}^{n_\alpha} \alpha_k(t) A_k x(t) + \Gamma w(t) \quad (8)$$

$$V^{(i)}(t) = (\gamma^{(i)}(t) - \pi^{(i)}) H^{(i)} x(t) +$$

$$\gamma^{(i)}(t) \sum_{l=1}^{n_{\beta^{(i)}}} \beta_l^{(i)}(t) H_l^{(i)} x(t) + \gamma^{(i)}(t) v^{(i)}(t) + \xi^{(i)}(t) \quad (9)$$

通过上面的变换, 带乘性噪声的系统(1)-(3)被转化为了带加性噪声的系统(6)-(7)。利用 $E\{\gamma^{(i)}(t) - \pi^{(i)}\} = 0, E\{\gamma^{(i)}(t) - \pi^{(i)}\} = 0$ 及 $w(t), \alpha_k(t), x(t), \beta_l^{(i)}(t), v^{(i)}(t), \xi^{(i)}(t)$ 相互不相关的性质, 易得 $E\{W(t)\} = 0, E\{V^{(i)}(t)\} = 0$ 和如下噪声统计信息:

$$E\{W(t)W^T(k)\} = Q_w(t) \delta_{ik},$$

$$E\{V^{(i)}(t)V^{(i)T}(k)\} = R_{v^{(i)}}(t) \delta_{ik}, \quad E\{W(t)V^{(i)T}(k)\} = 0,$$

$$Q_w(t) = \sum_{k=1}^{n_\alpha} Q_{\alpha_k} A_k X(t) A_k^T + \Gamma Q_w \Gamma^T,$$

$$R_{v^{(i)}}(t) = \pi^{(i)} (1 - \pi^{(i)}) H^{(i)} X(t) H^{(i)T} + \pi^{(i)} Q_{v^{(i)}}$$

$$+ Q_{\xi^{(i)}} + \pi^{(i)} \sum_{l=1}^{n_{\beta^{(i)}}} Q_{\beta_l^{(i)}} H_l^{(i)} X(t) H_l^{(i)T} \quad (10)$$

由(10)式可知, $W(t)$ 和 $V^{(i)}(k)$ 是不相关白噪声, 其中, $X(t)$ 是状态二阶矩, 可由如下公式计算:

$$X(t+1) = AX(t)A^T + \sum_{k=1}^{n_\alpha} Q_{\alpha_k} A_k X(t) A_k^T + \Gamma Q_w \Gamma^T \quad (11)$$

将 L 个观测方程合并, 可得增广后的观测方程如

下:

$$y^{(c)}(t) = H^{(c)}x(t) + V^{(c)}(t) \quad (12)$$

其中,

$$\begin{aligned} y^{(c)}(t) &= [y^{(1)T}(t) \ \dots \ y^{(L)T}(t)]^T, \\ H^{(c)} &= [\pi^{(1)}H^{(1)T} \ \dots \ \pi^{(L)}H^{(L)T}]^T, \\ V^{(c)}(t) &= [V^{(1)T}(t) \ \dots \ V^{(L)T}(t)]^T \end{aligned} \quad (13)$$

进一步, 可得噪声统计信息:

$$R_{V^{(c)}}(t) = \text{diag}\{R_{V^{(1)}}(t), R_{V^{(2)}}(t), \dots, R_{V^{(L)}}(t)\} \quad (14)$$

$$E \left\{ \begin{bmatrix} W(t) \\ V^{(c)}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^T(k) & V^{(c)T}(k) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q_W(t) & 0 \\ 0 & R_{V^{(c)}}(t) \end{bmatrix} \delta_k \quad (15)$$

其中, $\text{diag}(\ast)$ 表示对角元素为 \ast 的对角矩阵。

对于系统(6)和(12), 下面我们给出加权观测融合估计算法。由(9)和(13)可知, 增广观测噪声 $V^{(c)}(t)$ 依赖于系统状态 $x(t)$, 进而, 观测噪声方差阵 $R_{V^{(c)}}(t)$ 依赖于状态二阶矩矩阵 $X(t)$, 且为时变的。同文献[17]类似, 这里省略证明, 直接给出如下结论, 对增广的观测方程(12)进行压缩处理。

定理 1 在假设 1-2 下, 增广观测方程(12)的加权融合观测为

$$y^{(w)}(t) = (F^T(R_{V^{(c)}}(t))^{-1}F)^{-1}F^T(R_{V^{(c)}}(t))^{-1}y^{(c)}(t) \quad (16)$$

$$V^{(w)}(t) = (F^T(R_{V^{(c)}}(t))^{-1}F)^{-1}F^T(R_{V^{(c)}}(t))^{-1}V^{(c)}(t) \quad (17)$$

经压缩的融合观测方程为

$$y^{(w)}(t) = H^{(w)}(t)x(t) + V^{(w)}(t) \quad (18)$$

观测噪声 $V^{(w)}(t)$ 的方差阵为

$$R^{(w)}(t) = (F^T(R_{V^{(c)}}(t))^{-1}F)^{-1} \quad (19)$$

其中, F 和 $H^{(w)}$ 分别为矩阵 $H^{(c)}$ 进行满秩分解后得到的列满秩和行满秩矩阵, 且有 $H^{(c)} = FH^{(w)}$ 。

基于定理 1 和经典 Kalman 滤波算法, 对于系统 (6) 和 (18) 可求得加权观测融合估值器 $\hat{x}^{(w)}(t+N|t)$ 和相应的估计误差互协方差阵 $P^{(w)}(t+N|t)$, 其中, $N=0$ 是滤波器, $N>0$ 是预报器, $N<0$ 是平滑器。此处, 为节省空间, 直接给出估值器算法。

滤波器及一步预报器算法:

$$\hat{x}^{(w)}(t+1|t) = A\hat{x}^{(w)}(t|t) \quad (20)$$

$$e^{(w)}(t+1) = y^{(w)}(t+1) - H^{(w)}\hat{x}^{(w)}(t+1|t) \quad (21)$$

$$P^{(w)}(t+1|t) = AP^{(w)}(t|t)A^T + Q_w(t) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} K^{(w)}(t+1) &= P^{(w)}(t+1|t)H^{(w)T} \times \\ &[H^{(w)}P^{(w)}(t+1|t)H^{(w)T} + R^{(w)}(t+1)]^{-1} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\hat{x}^{(w)}(t+1|t+1) = \hat{x}^{(w)}(t+1|t) + K^{(w)}(t+1)e^{(w)}(t+1) \quad (24)$$

$$P^{(w)}(t+1|t+1) = [I_n - K^{(w)}(t+1)H^{(w)}]P^{(w)}(t+1|t) \quad (25)$$

超前 N 步预报器 ($N>1$)

$$\hat{x}^{(w)}(t+N|t) = A^{N-1}\hat{x}^{(w)}(t+1|t) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} P^{(w)}(t+N|t) &= A^{N-1}P^{(w)}(t+1|t)A^{(N-1)T} \\ &+ \sum_{\eta=2}^N A^{N-\eta}Q_w(t+\eta-1)A^{(N-\eta)T} \end{aligned} \quad (27)$$

最优固定滞后平滑器 ($N<0$)

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(w)}(t+N|t) &= \hat{x}^{(w)}(t+N|t+N-1) \\ &+ \sum_{\eta=N}^0 K^{(w)}(t+N|t+\eta)e^{(w)}(t+\eta) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} P^{(w)}(t+N|t) &= P^{(w)}(t+N|t+N-1) - \\ &\sum_{\eta=N}^0 K^{(w)}(t+N|t+\eta)Q_e^{(w)}(t+\eta)K^{(w)T}(t+N|t+\eta) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} K^{(w)}(t+N|t+\eta) &= P^{(w)}(t+N|t+N-1) \times \\ &\left\{ \prod_{\eta=0}^{N-1} (I_n - K^{(w)}(t+\eta)H^{(w)T})A^T \right\} H^{(w)T} (Q_e^{(w)}(t+\eta))^{-1} \end{aligned} \quad (30)$$

$$Q_e^{(w)}(t+\eta) = H^{(w)}P^{(w)}(t+\eta|t+\eta-1)H^{(w)T} + R^{(w)}(t+\eta) \quad (31)$$

其中, $K^{(w)}(t+1)$ 和 $K^{(w)}(t+N|t+\eta)$ 分别是加权观测融合滤波增益和平滑增益矩阵, $e^{(w)}(t+1)$ 是新息序列, $Q_e^{(w)}(t+\eta)$ 是新息方差阵。初值为 $\hat{x}^{(w)}(0|0) = \mu_0$, $P^{(w)}(0|0) = P_0$ 。

3 加权观测融合与集中式融合的功能等价性

对于系统(6)和(12), 由经典 Kalman 滤波理论, 可得集中式融合估值器 $\hat{x}^{(c)}(t+N|t)$ 和相应的估计误差互协方差阵 $P^{(c)}(t+N|t)$, 其中, $N=0$ 是滤波器, $N>0$ 是预报器, $N<0$ 是平滑器。

类似文献[16]中正常系统的稳态加权融合估计的全局最优性推导, 我们直接给出如下相同的结论。

定理 2 在假设 1-2 下, 系统(6)和(18)的加权观测融合滤波器 $\hat{x}^{(w)}(t+1|t+1)$, 一步预报器 $\hat{x}^{(w)}(t+1|t)$ 和相应的估计误差方差阵 $P^{(w)}(t+1|t+1)$, $P^{(w)}(t+1|t)$ 在数值上恒等于与由集中式融合算法得到的系统(6)和(12)的集中式融合滤波器 $\hat{x}^{(c)}(t+1|t+1)$, 一步预报器 $\hat{x}^{(c)}(t+1|t)$ 和相应的估计误差方差阵 $P^{(c)}(t+1|t+1)$, $P^{(c)}(t+1|t)$, 即

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(w)}(t+1|t+1) &= \hat{x}^{(c)}(t+1|t+1), \\ P^{(w)}(t+1|t+1) &= P^{(c)}(t+1|t+1), \forall t > 0 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(w)}(t+1|t) &= \hat{x}^{(c)}(t+1|t), \\ P^{(w)}(t+1|t) &= P^{(c)}(t+1|t), \forall t > 0 \end{aligned} \quad (33)$$

式(32)-(33)中的加权观测融合和集中式融合具有相同初值:

$$\hat{x}^{(w)}(0|0) = \hat{x}^{(c)}(0|0), \quad P^{(w)}(0|0) = P^{(c)}(0|0) \quad (34)$$

或

$$\hat{x}^{(w)}(0|-1) = \hat{x}^{(c)}(0|-1), \quad P^{(w)}(0|-1) = P^{(c)}(0|-1) \quad (35)$$

且有, 加权观测融合 N 步预报器 $\hat{x}^{(w)}(t+N|t)$, $N>1$ 、平滑器 $\hat{x}^{(w)}(t+N|t)$, $N<0$ 及其误差方差阵 $P^{(w)}(t+N|t)$, $N>1$ 和 $P^{(w)}(t+N|t)$, $N<0$, 在数

值上分别恒等同于集中式融合 N 步预报器 $\hat{x}^{(c)}(t+N|t)$, $N>1$ 、平滑器 $\hat{x}^{(c)}(t+N|t)$, $N<0$ 及其误差方差阵 $P^{(c)}(t+N|t)$, $N>1$ 和 $P^{(c)}(t+N|t)$, $N<0$, 即

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(w)}(t+N|t) &= \hat{x}^{(c)}(t+N|t), \\ P^{(w)}(t+N|t) &= P^{(c)}(t+N|t), N>1, \forall t>0 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(w)}(t+N|t) &= \hat{x}^{(c)}(t+N|t), \\ P^{(w)}(t+N|t) &= P^{(c)}(t+N|t), N<0, \forall t>0 \end{aligned} \quad (37)$$

由上可知, 对于具有观测丢失、状态和观测乘性噪声及通道传输噪声的复杂多传感器网络系统, 在相同的初值条件下, 加权观测融合估值器和集中式融合估值器及相应的误差方差阵在数值上是恒等的。由集中式融合估值器的全局最优性, 可知加权观测融合估值器也是全局最优的。而且, 加权观测融合估计具有更低的维数和更小的计算量。

4 稳态估值器

接下来, 我们分析加权观测融合估值器的稳态特性。由式(10)可知, $Q_w(t)$ 和 $R_{V^{(i)}}(t)$ 的计算都依赖式(11)中的状态二阶矩。

定义矩阵 $\bar{A} = A \otimes A + \sum_{k=1}^{n_a} Q_{\alpha_k} A_k \otimes A_k$, 其中, \otimes 表示 Kronecker 积。

定理 3 对于系统(6)和(18), 在假设 1-2 下, 当矩阵 \bar{A} 的谱半径 $\rho(\bar{A}) < 1$ 时, Lyapunov 方程(11)在任意初始条件下的解 $X(t)$ 指数收敛于如下代数 Lyapunov 方程的解 X

$$X = AXA^T + \sum_{k=1}^{n_a} Q_{\alpha_k} A_k X A_k^T + \Gamma Q_w \Gamma^T \quad (38)$$

即 $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X$, 且有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q_w(t) = Q_w = \sum_{k=1}^{n_a} Q_{\alpha_k} A_k X A_k^T + \Gamma Q_w \Gamma^T \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} R_{V^{(i)}}(t) = R_{V^{(i)}} &= \pi^{(i)}(1 - \pi^{(i)})H^{(i)}X(t)H^{(i)T} + \pi^{(i)}Q_{V^{(i)}} \\ &+ \sum_{l=1}^{n_\beta} \pi^{(l)}Q_{\beta^{(l)}}H_l^{(i)}X(t)H_l^{(i)T} + Q_{\xi^{(i)}} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R_{V^{(c)}}(t) = R_{V^{(c)}} = \text{diag}\{R_{V^{(1)}}, R_{V^{(2)}}, \dots, R_{V^{(L)}}\} \quad (41)$$

证明 由矩阵分析理论易知, 在 $\rho(\bar{A}) < 1$ 时, Lyapunov 方程(11)的解收敛于(38)的解。进而易得式(39)-(41)成立。证毕。

定理 4 对于系统(6)和(18), 在假设 1-2 下, 当矩阵 \bar{A} 的谱半径 $\rho(\bar{A}) < 1$, 且 $(A, H^{(w)}(t))$ 是可检对, (A, Q_w) 是可稳对时, 则带任意初值 $P^{(w)}(0|-1) \geq 0$ 的加权观测融合一步预报器误差方差阵(22)满足的 Riccati 方程的解 $P^{(w)}(t+1|t)$ 将指数收敛于如下代数 Riccati 方程的唯一半正定解 $P^{(w)}$:

$$P^{(w)} = AP^{(w)}A^T - AP^{(w)}H^{(w)T} \times$$

$$[H^{(w)}P^{(w)}H^{(w)T} + R_{V^{(c)}}]^{-1}H^{(w)}P^{(w)} + Q_w \quad (42)$$

即 $\lim_{t \rightarrow \infty} P^{(w)}(t+1|t) = P^{(w)}$, 且有 $\lim_{t \rightarrow \infty} K^{(w)}(t) = K^{(w)}$, 进而有加权观测融合稳态一步预报器

$$\hat{x}^{(w)}(t+1|t) = [A - K^{(w)}H^{(w)}]\hat{x}^{(w)}(t|t-1) + AK^{(w)}y^{(w)}(t) \quad (43)$$

是渐近稳定的。

证明 将式(22)和(20)重新写为

$$\begin{aligned} P^{(w)}(t+1|t) &= AP^{(w)}(t|t-1)A^T - AP^{(w)}(t|t-1)H^{(w)T} \times \\ &[H^{(w)}P^{(w)}(t|t-1)H^{(w)T} + R_{V^{(c)}}(t)]^{-1} \\ &\times H^{(w)}P^{(w)}(t|t-1) + Q_w(t) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(w)}(t+1|t) &= [A - K^{(w)}(t)H^{(w)}]\hat{x}^{(w)}(t|t-1) \\ &+ AK^{(w)}(t)y^{(w)}(t) \end{aligned} \quad (45)$$

当 $\rho(\bar{A}) < 1$ 时, 由定理 3 可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X$, $\lim_{t \rightarrow \infty} Q_w(t) = Q_w$ 及 $\lim_{t \rightarrow \infty} R_{V^{(c)}}(t) = R_{V^{(c)}}$ 。根据 Kalman 滤波理论, 当 $(A, H^{(w)})$ 是可检对, (A, Q_w) 是可稳对时, 式(44)的解收敛于式(42)的唯一半正定解 $P^{(w)}$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} P^{(w)}(t+1|t) = P^{(w)}$, $\lim_{t \rightarrow \infty} K^{(w)}(t) = K^{(w)}$, 进而可得加权观测融合一步预报器是渐近稳定的。证毕。

5 仿真研究

考虑三传感器系统, 变量定义同系统(1)-(3), 取 $n_\alpha = 1$, $n_\beta = 1$, $\pi^{(1)} = 0.5$, $\pi^{(2)} = 0.6$, $\pi^{(3)} = 0.7$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.15 \\ 0.3 & 0.12 & 0.1 \\ 0.14 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad H^{(1)} = H^{(2)} = [23.738 \quad 20.278 \quad 0],$$

$$H^{(3)} = [0 \quad 20 \quad 23], \quad H_1^{(1)} = H_1^{(2)} = [1 \quad 1 \quad 2],$$

$$H_1^{(3)} = [0 \quad 0 \quad 1], \quad Q_w = 1.5, \quad Q_{V^{(1)}} = 1, \quad Q_{V^{(2)}} = 1.5,$$

$$Q_{V^{(3)}} = 2, \quad Q_{\xi^{(1)}} = 0.1, \quad Q_{\xi^{(2)}} = 1.5, \quad Q_{\xi^{(3)}} = 1.2,$$

$$Q_{\beta^{(1)}} = 0.2, \quad Q_{\beta^{(2)}} = 0.5, \quad Q_{\beta^{(3)}} = 0.3。问题是求加权$$

观测融合估值器 $\hat{x}^{(w)}(t+N|t)$, 并与集中式融合估值器 $\hat{x}^{(c)}(t+N|t)$ 进行比较。并通过 200 次 Monte-Carlo 仿真实验验证算法的正确性。

由仿真数据可知, 增广观测矩阵

$$H^{(c)} = \begin{bmatrix} 11.8690 & 11.8690 & 0 \\ 10.1435 & 10.1435 & 12 \\ 0 & 0 & 13.8 \end{bmatrix}^T, \text{ 可知 } H^{(c)} \text{ 的秩是}$$

2, 对 $H^{(c)}$ 进行分解, 易得 $H^{(c)} = FH^{(w)}$, 其中,

$$F = \begin{bmatrix} 11.8690 & 11.8690 & 0 \\ 10.1435 & 10.1435 & 12 \end{bmatrix}^T,$$

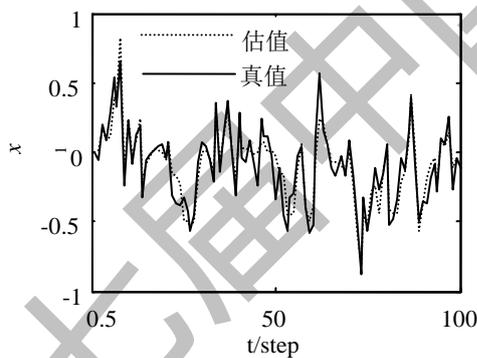
$$H^{(w)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.9828 \\ 0 & 1 & 1.15 \end{bmatrix}$$

仿真结果如下：表 1 给出加权观测和集中式融合第 1 状态分量估值器的误差方差稳态值。从表 1 可知，二者具有相同的精度。其中，集中式融合具有 3 维增广观测，加权观测具有 2 维压缩的观测，因而加权观测融合估值器具有更小的计算负担，且随着传感器个数和维数的增大，加权观测融合的优势更加显著。图 1 给出加权观测融合滤波器的跟踪曲线，其中，实线代表真实值，虚线代表估值。由图可知，滤波器仍具有良好效果。图 2 给出在 $0.1 \leq \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 \leq 1$ 时，加权观测融合估值器(包括滤波器，一步预报器和一步平滑器)的误差方差随观测数据丢失概率 $\pi_i, i=1,2,3$ 变化的情况。由图可知，随着 π_i 增大，观测数据增多，估值器误差变小，即精度变高，且每个状态分量预报器的精度均低于滤波器的精度，而两者精度均低于平滑器精度。

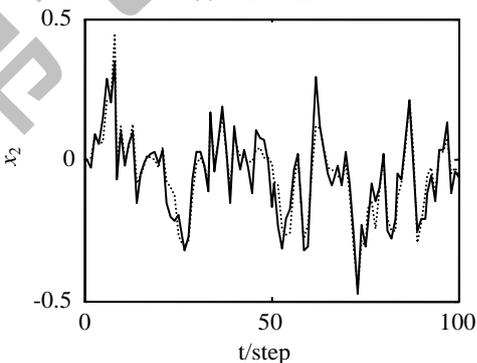
表 1 加权观测融合和集中式融合滤波器第 1 状态分量的稳态估计误差方差

Table 1 Steady-state estimation error variance for the first component between weighted measurement fusion and centralized fusion filters

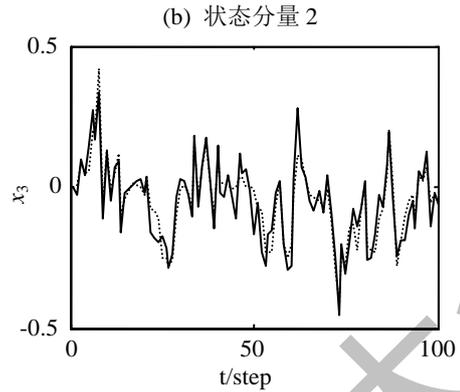
	加权观测	集中式
预报	0.069331371516296	0.069331371516296
滤波	0.020058001190451	0.020058001190451
平滑	0.017883008596055	0.017883008596055



(a) 状态分量 1



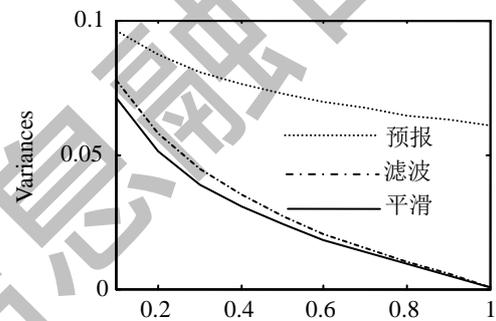
(b) 状态分量 2



(c) 状态分量 3

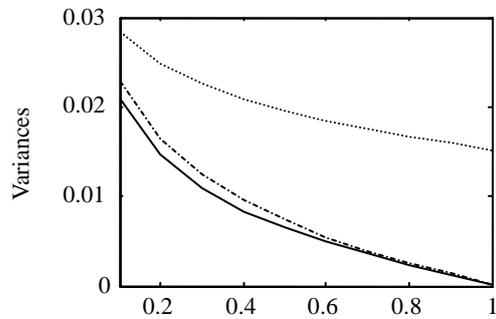
图 1 加权观测融合滤波器跟踪图

Fig.1 Tracking performance of weighted measurement filter



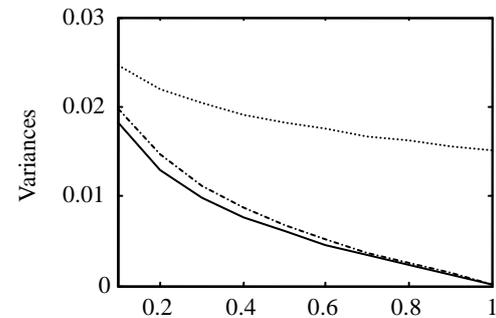
$0.1 \leq \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 \leq 1$

(a) 状态分量 1



$0.1 \leq \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 \leq 1$

(b) 状态分量 2



$0.1 \leq \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 \leq 1$

(c) 状态分量 3

图 2 加权观测融合估值器误差方差比较

$$(0.1 \leq \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 \leq 1, i=1,2,3)$$

Fig.2 Comparison of variances for weighted measurement estimators with $0.1 \leq \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 \leq 1, i=1,2,3$

结论

对于含有观测丢失、状态和观测乘性噪声和通道传输噪声的复杂多传感器网络系统,研究了加权观测融合估计问题。其中,不同传感器具有不同的丢失概率,通过将乘性噪声转化为加性噪声,基于矩阵满秩分解和加权最小二乘理论,给出了加权观测融合估值器,并证明了所提出的加权观测融合估值器和集中式融合估值器的估计精度相同,即具有全局最优性。与集中式融合相比,加权观测融合算法具有更低的观测维数,可减小在线负担,易于实时应用。分析了加权观测融合估计算法的稳态特性,并给出了稳态存在的充分条件。

参考文献

- [1] Y. G. Liu, B. G. Xu, L. F. Feng, S. B. Li. Optimal filters with multiple packet losses and its application in wireless sensor networks. *Sensors*, 2010, 10(4): 3330-3350.
- [2] X. M. Qu, J. Zhou. The optimal robust finite-horizon Kalman filtering for multiple sensors with different stochastic failure rates. *Applied Mathematics Letters*, 2013, 26(1): 80-86.
- [3] H. Y. Liang, T. Zhou. Robust state estimation for uncertain discrete-time stochastic systems with missing measurements. *Automatica*, 2011, 47(7): 1520-1524.
- [4] N. E. Nahi. Optimal recursive estimation with uncertain observation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1969, 15(4): 457-462.
- [5] M. Hadidi, S. Schwartz. Linear recursive state estimators under uncertain observations. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1979, 24: 944-948.
- [6] K. A. E. M. H. Elamin, M. F. E. Taha. On the steady-state error covariance matrix of Kalman filtering with intermittent observations in the presence of correlated noises at the same time. *2013 International Conference on Computing, Electrical and Electronics Engineering (ICCEEE)*, 2013: 15-22.
- [7] J. Y. Su, B. B. Li, W. H. Chen. Bayesian recursive filtering with partially observed inputs and missing measurements. *2013 19th International Conference on Automation and Computing (ICAC)*, 2013: 1-6.
- [8] R. C. Aguila, A. H. Carazo, J. L. Pérez. Covariance-based estimation algorithms in networked systems with mixed uncertainties in the observations. *Original Research Article Signal Processing*, 2014, 94: 163-173.
- [9] M. Sahebsara, T. W. Chen, S. L. Shah. Optimal H_2 filtering with random sensor delay, multiple packet dropout and uncertain observations. *International Journal of Control*, 2007, 80(2): 292-301.
- [10] G. L. Wei, Z. D. Wang, H. S. Shu. Robust filtering with stochastic nonlinearities and multiple missing measurements. *Automatica*, 2009, 45(3): 836-841.
- [11] L. F. Ma, Z. D. Wang, J. Hu, Y. M. Bo, Z. Guo. Robust variance-constrained filtering for a class of nonlinear stochastic systems with missing measurements. *Signal Processing*, 2010, 90(6): 2060-2071.
- [12] O. L. V. Costa, G. R. A. M. Benites. Linear minimum mean square filter for discrete-time linear systems with multiplicative noise. *The 49th IEEE Conference on Decision and Control*, 2010: 7706-7711.
- [13] F. W. Yang, Z. D. Wang, Y. S. Hung. Robust Kalman filtering for discrete time-varying uncertain systems with multiplicative noises. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(7): 1179-1183.
- [14] 段战胜, 韩崇昭. 相关量测噪声情况下多传感器集中式融合跟踪[J]. *系统工程与电子技术*, 2005, 27(7): 1160-1163.
- [15] G. Qiang, J. H. Cheris. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman filter based multisensor data fusion[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 273-279.
- [16] 王欣, 朱齐丹, 孙书利. 带相关噪声的加权观测融合估计算法及其全局最优性[J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(10): 2057-2061.
- [17] 吴黎明, 马静, 孙书利. 具有不同观测丢失率多传感器随机不确定系统的加权观测融合估计[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(2): 244-249.

作者简介:

丁健(1980-),男,黑龙江省肇东市,讲师,从事信息融合状态估计理论研究。

E-mail: dingjian@hlju.edu.cn

基金项目:

国家自然科学基金资助项目(61174139)